Matemáticas

- A. Aragoneses
- R. Rovira
- L. Sabater

iRefresca la memoria y avanza!



Editorial Casals, fundada en 1870

Libro adaptado a los contenidos que prescribe la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, por la que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

Coordinación editorial: I. Camps

Revisión lingüística: C. Feliu y Cálamo & Cran Diseño de cubierta e interior: B. Fornells

Maquetación: Estudi Vilageliu Ilustración: O. Julve y J. Farrés

Las reproducciones se han realizado según el artículo 32 de la Ley de Propiedad Intelectual.

© A. Aragoneses. R. Rovira y L. Sabater

© Editorial Casals, S. A.

Casp, 79 - 08013 Barcelona

Tel.: 902 107 007 Fax: 93 265 68 95 http://www.editorialcasals.com http://www.ecasals.net

Primera edición: febrero de 2013 ISBN: 978-84-218-5319-1 Depósito legal: B-1582-2013

Printed in Spain Impreso en Índice, S. L.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra (www.conlicencia.com; 91 702 19 70 / 93 272 04 45).

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático ni su transmisión bajo ningún concepto ni por ningún medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros medios) sin el permiso escrito de los titulares del *copyright*.

¿Cómo se organiza este cuaderno?

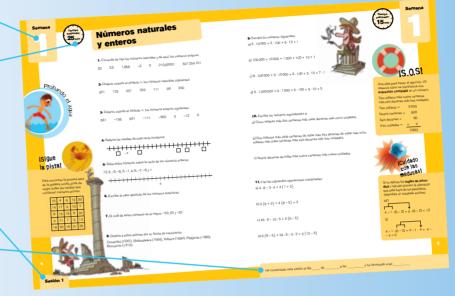
Consta de 8 unidades temáticas. Puedes completar cada unidad en una semana.

Tiempo orientativo que requiere cada página de actividades.

Cada unidad se divide en cinco sesiones. Dedica cada día un poco de tiempo a realizar una sesión.

Aquí puedes anotar cuánto tiempo le dedicas a una sesión.

Este cuaderno tiene la finalidad de repasar la asignatura de matemáticas. Así podrás mantener al día tus conocimientos o preparar los exámenes de recuperación.





Actividades secuenciadas. Las actividades de cada unidad tienen un grado de dificultad creciente, identificado por nuestro personaje:

- Probando el agua. Actividades para que practiques la mecánica de las operaciones matemáticas esenciales.
- En el agua. Actividades de nivel básico y medio para que afiances tus conocimientos.
- Inmersión. Problemas para que apliques tu competencia matemática en contextos reales.

En el margen de las páginas de actividades puedes encontrar:

¿Necesitas ayuda para resolver una actividad? Aquí hallarás algunas pistas, un ejemplo o una fórmula que puedes aplicar.



A menudo, en Matemáticas, cometemos los mismos errores. Te ayudamos a detectarlos.



Si te ves capaz de ir más allá de las actividades planteadas, te retamos a dar ese paso.



Siempre es útil tener a mano un apunte teórico para salir de dudas,



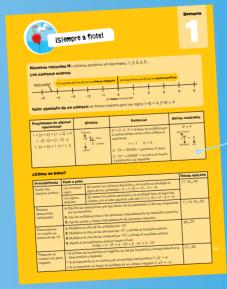


Evaluación: Objetivo conseguido

Test para comprobar tu grado de competencia matemática.



 Si tienes dudas respecto a alguna definición, fórmula o procedimiento, al final de cada bloque encontrarás un resumen.



Actividades para aplicar los procedimientos descritos.



 En cada unidad, te plateamos un enigma matemático cuya solución es parte de una palabra escondida. iResuélvelo, envíanos la solapa de este cuaderno completada con la solución y los datos personales que se solicitan, y participa en el sorteo de un eReader!



Números naturales y enteros

1. Circunda de rojo los números naturales y de azul, los números enteros:

32 2.5 1.958 0 210,00001 501 254 101

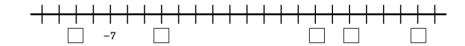
2. Ordena, usando el símbolo <, los números naturales siguientes:

321 123 231 333 99 200 111

3. Ordena, usando el símbolo <, los números enteros siguientes:

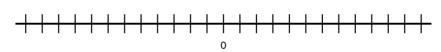
561 -156651 -111 -562 3 -12 0

4. Rellena las casillas de esta recta numérica:



5. Sitúa estos números sobre la recta de los números enteros:

12, 5, -5, -6, 0, -1, 4, 6, -7, -9 y 1.



- 6. Escribe el valor absoluto de los números anteriores.
- 7. Di cuál de estos números es el mayor: -53, 52 y -57.
- **8.** Ordena a estos autores por su fecha de nacimiento:

Cervantes (1547), Shakespeare (1564), Voltaire (1694), Pitágoras (-580), Boccaccio (1313).





Para encontrar la primera letra de la palabra oculta, pinta de negro todas las casillas que contienen números primos.

10	4	6	12	30
14	17	3	13	7
8	15	16	9	32
2	11	1	5	13
18	20	16	21	25





9. Escribe los números siguientes:

a)
$$5 \cdot 10000 + 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 1$$



d) $5 \cdot 1000000 + 5 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5$



- a) Cinco millares más dos centenas más siete decenas más cinco unidades.
- b) Dos millones más siete centenas de millar más tres decenas de millar más ocho millares más siete centenas más seis decenas más tres unidades.
- c) Nueve decenas de millar más nueve centenas más nueve unidades.
- 11. Haz las siguientes operaciones combinadas:

a)
$$4 \cdot 8 - 3 \cdot 4 + 3(1 + 2)$$

b)
$$3(6+3)+4(8-5)+3$$

c)
$$45 \cdot 9 - 10 : 5 + 3 (6 - 5)$$

d)
$$6(8-5) + 24:6-5\cdot2+3(12-5)$$



Una idea para hacer el ejercicio 10: observa cómo se transforma una expresión compleja en un número.

Tres millares más nueve centenas más seis decenas más tres unidades.

Tres millares = 3 000 Nueve centenas = 900

Seis decenas = 60

Tres unidades = +

3 9 6 3



Si no aplicas las **reglas de prioridad** y calculas primero la operación que está fuera de los paréntesis, obtendrás un resultado erróneo.

NO

$$4 - 1 \cdot (6 - 2) = 3 \cdot (6 - 2) = 12$$

Sĺ









Cuando se **multiplican** dos números, hay que seguir estos criterios con los signos:

$$(+)\cdot(+)=+$$

$$(-)\cdot(-)=+$$

$$(+)\cdot(-)=-$$

$$(-)\cdot(+)=-$$

En los casos de **sumas y restas** con signos combinados, es preciso tener en cuenta si se produce un cambio de signo:

$$(+3) + (+3) = 3 + 3$$

$$(+3) - (-3) = 3 + 3$$

$$(+3) - (+3) = 3 - 3$$

$$(+3) + (-3) = 3 - 3$$

13. Una división es exacta si su residuo es cero. Encierra en un círculo las divisiones exactas:

14. Efectúa estas operaciones combinadas:

a)
$$[(4+5)+2\cdot3]\cdot2-1$$

b)
$$[(3 \cdot 2) : (12 : 6) \cdot 3 - 1]$$

15. Di si las igualdades siguientes son verdaderas (V) o falsas (F):

a)
$$45 + 78 = 78 + 45$$

d)
$$75:5=5:75$$

b)
$$15 - 8 = 8 - 15$$

e)
$$5 \cdot (6 - 2) = 5 \cdot 6 - 5 \cdot 2$$

c)
$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 \cdot 2$$

f)
$$13 \cdot (8 - 3) = 13 \cdot 8 - 13 \cdot 3$$

16. Efectúa estas operaciones:

a)
$$7 - -3$$
) + $(-5) - 3$

b)
$$4 \cdot 8 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (1 + 3)$$

c)
$$2 \cdot (5-2) - (2-5) + 3 \cdot (2+5) - 6$$

d)
$$45 \cdot 9 - 10 : 5 + 3 \cdot (6 - 5)$$



17. Divide 18 entre 3 y completa la tabla siguiente:

divisor	dividendo	cociente	residuo

- **18.** Tras hacer una división, el residuo es 1, el cociente es 13 y el divisor, 4. ¿Cuál de los números siguientes es el dividendo?
- a) 72
- b) 28
- c) 53
- d) 81

19. Saca el factor común:

a)
$$10 + 4 + 12$$

c)
$$15 + 25 + 10$$

b)
$$18 + 6 + 24$$

d)
$$7 + 28 + 21 - 14$$

20. Escribe en forma de potencia:

b)
$$7 \cdot 7 \cdot 7$$

21. Expresa en forma de una sola base las siguientes operaciones con potencias:

a)
$$3^4 \cdot 3^2$$

c)
$$1^3 \cdot 1^{12} \cdot 1^3 \cdot 1^6$$

b)
$$7^3 \cdot 7^1 \cdot 7^5 \cdot 7^3$$

d)
$$(2^3 \cdot 2^2) : 2^4$$

22. Expresa en forma de una sola potencia y sin paréntesis:

a)
$$(-1)^4$$

d)
$$(2)^3 \cdot (-2)^6$$

b)
$$(-2)^3$$

e)
$$(3)^6 \cdot (-3)^6$$

c)
$$(-1)^3 \cdot (-1)^5$$

f)
$$(-5)^2 \cdot (-5)^5$$



Una idea para hacer el ejercicio 19: primero descompón los números en números primos y verifica qué números están en todas las descomposiciones.



Recuerda cómo se opera con **exponentes** que tienen la misma base:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

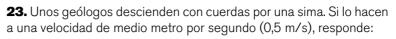
$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{(3+2)} = 2^5$$

$$2^3: 2^2 = 2^{(3-2)} = 2^1$$

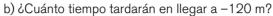


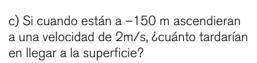






a) ¿A qué profundidad estarán al cabo de 50 s?







24. Un ascensor sube desde la planta baja al 5.º piso. Después sube hasta el 7.º para bajar luego hasta el 1.º. Más tarde vuelve a subir al 7.º y, por último, baja al 2.º piso. ¿Cuántos pisos ha recorrido el ascensor?



25. En una fiesta de cumpleaños se han preparado 7 bocadillos de jamón, 14 de queso, 28 galletas de chocolate y 42 croquetas. Si en la fiesta hay 7 personas, ¿cuántas croquetas, cuántas galletas de chocolate, cuántos bocadillos de jamón y cuántos de queso tocan por persona?

Una idea para hacer los ejercicios 26 y 27:

Una potencia con base 10 y exponente negativo corresponde a un número con decimales.

 $4 \cdot 10^{-3} = 0,004$ 3 espacios

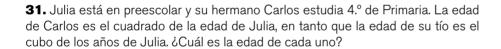
26. Expresa como potencia de base 10 la distancia que separa la Tierra del Sol (150 millones de kilómetros).

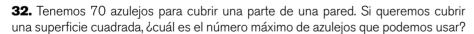
27. Expresa como potencia de base 10 la medida de un átomo de hidrógeno (0,00000000053 m).

estimado:

- **28.** Tenemos un recipiente cúbico que puede albergar 216 m³ de aceite. Calcula:
- a) La longitud de su arista.
- b) La superficie de cada lado.
- 29. La superficie del lado de un dado mide 2,25 cm². ¿Cuál es su volumen?

30. Clara, Enrique y Antonio han comprado 800 g de pan. Si Clara ha comprado 100 g más que Enrique y Antonio ha comprado tanto pan como Enrique y Clara juntos, calcula cuánto pan ha comprado cada uno.









Una idea para hacer los ejercicios 28 y 29:

El área A de un cuadrado de arista a viene dada por:

$$A = a^2$$

El **volumen** V de un cubo de arista a viene dado por:

$$V = a^3$$



Estamos en la playa jugando con una barquita hinchable y las olas hacen que entre agua. Empezamos a achicar el agua cuando en la embarcación ya hay 3 L, y el agua entra a un ritmo de 100 cm³/s, mientras nosotros la sacamos a un ritmo de 225 cm³/s.

Calcula cuánto tiempo tardaremos en achicar toda el agua de la barquita.





Lo tengo claro

- 1. Indica cuál de estos conjuntos está formado solo por números naturales:
- a) 2, 3, 1, 5 645 874, 11
- b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- c) 1, 2, 3, 4, 5, -1, 6, 7
- d) 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3
- 2. Señala la afirmación falsa:
- a) 2 < 3
- c) 8 > -5
- b) 7 < -3
- d) 25 > -81
- 3. Indica la afirmación falsa:
- a) Las decenas se sitúan a la izquierda de las unidades.
- b) Las unidades de millar se sitúan a la izquierda de las centenas.
- c) Las unidades de millón se sitúan a la derecha de las centenas de millar.
- d) Las centenas se sitúan a la derecha de las unidades de millar.
- **4.** La Tierra está a unos 15 · 10⁷ km de distancia del Sol y Júpiter se encuentra a unos 5,55 · 108 km de Marte. Indica cuál es la mayor de todas estas distancias:
- a) Sol Tierra
- c) Tierra Marte
- b) Tierra Júpiter d) Marte Júpiter
- **5.** ¿Cuál expresión equivale a la -5⁵?
- a) Exponente 5 y base -5
- b) Base -5 y exponente -5
- c) Exponente -5 y base 5
- d) Base -5 y exponente 5
- 6. En la Vía Láctea hay unas 300 000 000 000 estrellas. Esto equivale a:
- a) $3 \cdot 10^{10}$ c) 3 · 10¹²
- b) 3 · 10¹¹
- d) 3 · 10¹³
- 7. Señala la afirmación correcta:
- a) $4 \cdot 10^{-2} < 7 \cdot 10^{-3}$
- b) $3.5 \cdot 10^4 < 9.5 \cdot 10^{-7}$
- c) $5 \cdot 10^{-6} < 7 \cdot 10^{-4}$
- d) $43 \cdot 10^3 < 75 \cdot 10^2$

Lo sé aplicar

- 8. Un juego de mesa tiene un tablero formado por 5 filas y 10 columnas. Si cada fila tiene una altura de 8 cm y cada columna, una anchura de 10 cm, ¿cuál es la superficie del tablero de juego?
- a) 2500 cm²
- c) 2,5 dm²
- b) 40 cm²
- d) 0.8 dm²
- 9. Indica cuál es el volumen de un cubo que tiene un lado que es la mitad de un decímetro:
- a) 100 cm³
- c) 125 cm³
- b) 125 cm²
- d) 100 cm²
- 10. David, Ángel y Berta viven en el mismo edificio. Este edificio tiene 3 plantas de aparcamiento subterráneo (-1, -2 y -3), una planta baja (0) y 20 pisos (del 1 al 20). El padre de David los lleva del cine a casa en coche y aparca en la planta -2. Suben todos en el ascensor y Berta es la primera en bajar tras subir 7 plantas desde el aparcamiento. Ángel tiene que subir 8 plantas más y, por último, David y su padre bajan 3 plantas. ¿En qué planta vive cada uno de ellos?
- a) Berta: 7.a; Ángel: 15.a; David: 12.a
- b) Berta: 5.a; Ángel: 13.a; David: 10.a
- c) Berta: 4.ª; Ángel: 12.ª; David: 9.ª
- d) Berta: 6.a; Ángel: 14.a; David: 11.a
- 11. En un test de 10 preguntas, cada respuesta acertada vale 10 puntos, cada respuesta errónea resta 3 puntos y las preguntas sin responder no suman ni restan. Juan ha contestado 7 preguntas correctamente, ha fallado una y ha dejado dos sin contestar. ¿Qué puntuación ha sacado?
- a) 70
- b) 67
- c) 73
- d) 63
- 12. En un partido de básquet, Luisa ha hecho el doble de puntos que Marta, y Begoña ha marcado la mitad más cuatro que Luisa. Si Marta ha hecho 12 puntos, ¿cuántos puntos han marcado entre las tres?
- a) 51
- c) 53
- b) 52
- d) 54

10

Respuestas correctas:

de 12



Números naturales N: números positivos sin decimales: 1, 2, 3, 4, 5...

Los números enteros



Valor absoluto de un número: el mismo número pero sin signo: |-4| = 4, |+4| = 4

Propiedades de algunas operaciones	División	Potencias	Raíces cuadradas
$1 + (2 + 3) = (1 + 2) + 3$ $1 \cdot (2 \cdot 3) = (1 \cdot 2) \cdot 3$ $1 \cdot (2 + 3) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3$	dividendo 16 5 divisor 1 3 cociente residuo	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \rightarrow$ la base se multiplica por sí misma tantas veces como indique el exponente $1^n = 1$ $0^n = 0$ $2 \cdot 10^4 = 20000 \rightarrow$ ponemos 4 ceros $2 \cdot 10^{-4} = 0,0002 \rightarrow$ la coma se mueve 4 posiciones a la izquierda	$2^2 = 4$ signo radical

¿Cómo se hace?

Procedimiento	Paso a paso		Dónde aplicarlo	
Sumar dos números enteros	con el mismo signo	Se suman los números absolutos y se le pone al resultado el signo de los sumandos: $-2 + (-2) = -2 - 2 = -4$.	11, 16 y 24	
	con signos distintos	Se restan los valores absolutos y el resultado tiene el signo del número con el valor absoluto más alto: $2 + (-4) = 2 - 4 = -2$.		
Resolver operaciones combinadas	 Efectúa las operaciones que hay dentro de los paréntesis, si las hay, empezando por los de dentro. Haz las multiplicaciones y las divisiones ordenadamente de izquierda a derecha. Haz las sumas y restas ordenadamente de izquierda a derecha. 		11, 14, 16 y 23	
Descomponer un número en potencias de 10	 Multiplica la cifra de las unidades por 10°. Multiplica la cifra de las decenas por 10¹ y súmala al resultado anterior. Multiplica la cifra de las centenas por 10² y súmala al resultado anterior. Repite el procedimiento anterior hasta el final. 3 452 = 3 · 10³ + 4 · 10² + 5 · 10¹ + 2 · 10° 		26 y 27	
Potenciar un número con base negativa	base positiva y Si el exponent	a potencia es negativa, se calcula la potencia correspondiente a la a después: e es un número par, el resultado será positivo: $(-a)^n = a^n$. e es impar, el resultado es un número negativo: $(-a)^n = -a^n$.	21 y 22	



Divisibilidad



a) 5

c) 3

b) 11

d) 17



2. Rodea todos los múltiplos de 3 que hay en la lista siguiente:

11

15

91

103

Ahora encuentra un número que sea simultáneamente múltiplo de 2, de 5 y de 11.



3. Rodea todos los números primos de la lista siguiente:

3

9

11

13

15

31

33

71

4. Descompón los números siguientes en números primos:

a) 21

c) 42

b) 35

d) 55

Descomponer un número en factores primos consiste en escribirlo como producto de números primos.

Hay que empezar dividiéndolo por 2. Si la división es exacta, se continúa hasta que deja de serlo o hasta que da 1. Si la división no es exacta, hay que repetir el proceso con el 3, 5, 7, 11, etc.

5. Verifica si las siguientes descomposiciones son correctas:

a) $45 = 5 \cdot 3 \cdot 3$

b) $125 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

c) $70 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$

6. ¿Es divisible el 147 entre 7?



7. Indica cuáles de los siguientes conjuntos de múltiplos son verdaderos (V) y cuáles son falsos (F):

- a) $5 = \{5, 10, 55, 100, 1053, 5005, ...\}$
- b) $10 = \{100, 1000, 10000, 100000, ...\}$
- c) $7 = \{7, 14, 27, 77, 107, \ldots\}$
- d) $3 = \{3, 9, 21, 36, 39, \ldots\}$
- 8. Encuentra todos los múltiplos del número 4 que hay entre el 80 y el 95.



El número 1 no es ni primo ni compuesto. Por tanto, todo número será

o primo o compuesto o el 1.

9. Circunda todos los números primos de la siguiente lista:

1 15 17 31 33 51 53 71 73 75 101 103 201

10. Descompón en factores primos los siguientes números compuestos:

a) 15

c) 75

b) 150

d) 81

11. Di entre qué números primos se puede dividir cada uno de los siguientes números:

a) 275

c) 99

b) 27

d) 429

12. Halla el máximo común divisor de las siguientes parejas de números:

a) 25 y 30

c) 270 y 240

b) 6, 8, 12 y 14

d) 30 y 36



No confundas m. c. d. con m. c. m.

El **m. c. d.** (máximo común divisor) de dos o más números es el número divisor común más grande. En cambio, el **m. c. m.** (mínimo común múltiplo) de dos o más números es el número múltiple común más pequeño.

2







Descomponer un número en **árbol de factores**, como se pide en el ejercicio 17, consiste en dividir el número en dos factores. Si alguno de estos es un número compuesto, se repite la operación hasta que sean todos números primos.

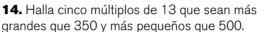
$$120 \begin{cases} 12 & 3 \\ 4 & 2 \\ 10 & 5 \end{cases}$$

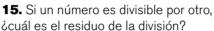
$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

- 13. Calcula el residuo que se obtiene haciendo las siguientes divisiones:
- a) 81 entre 8.
- c) 90 entre 3.

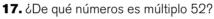














- **18.** Descompón los números siguientes mediante árboles de factores:
- a) 52
- b) 81
- 19. Di cuáles de los números siguientes son divisibles entre 3:
- a) 83

c) 81

e) 65

- b) 375
- d) 39

- f) 372
- **20.** Di cuáles de los números siguientes son divisibles entre 7:
- a) 60

c) 105

e) 70

- b) 196
- d) 99

f) 107



- **21.** Descompón los números siguientes aplicando la divisibilidad por potencias de 10:
- a) 3000

c) 2500

b) 1 250 000

- d) 36 000 000 is. 0.5
- 22. Halla el máximo común divisor de los siguientes grupos de números:
- a) 12, 24 y 32

c) 45, 30 y 50

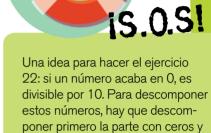
b) 252, 1050 y 294

- d) 90, 120 y 150
- **23.** Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes grupos de números:
- a) 5 y 13

c) 18, 24 y 30

b) 45, 30 y 70

- d) 3, 5, 45 y 50
- 24. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de dos números primos?
- **25.** Los intermitentes de una ambulancia se encienden cada 3 segundos y los del coche de policía que está a su lado se encienden cada 4 segundos. ¿Cada cuántos segundos se encienden los intermitentes de ambos vehículos simultáneamente?



$$1200 = 12 \cdot 100 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^{2} =$$

$$= 2^{2} \cdot 3 \cdot (2 \cdot 5)^{2} = 2^{2} \cdot 3 \cdot 2^{2} \cdot 5^{2} =$$

$$= 2^{4} \cdot 3 \cdot 5^{2}$$

después la parte que no los tiene:



isigu<mark>e</mark> la pis<mark>ta!</mark>

Para averiguar las dos letras siguientes de la palabra oculta, solo te diré que el rey Pedro I de Hungría murió el año MXLVI, cuando tenía XLVII años. ¿En qué año nació?



2



26. Una familia compra pan todos los días, pescado, cada 2 días, leche, cada 4 días y carne, cada 5. Calcula cada cuántos días compran todos estos productos juntos.



28. ¿Cuál es el máximo común divisor de dos números primos?

29. Si multiplicamos dos números primos, ¿cuáles son los divisores de su producto?

30. En general, si le restamos 1 a un número primo, ¿el resultado será un número primo o un número compuesto?

31. Escribe un número que sea divisible entre 3, entre 5 y entre 7, y que sea más grande que 520 y más pequeño que 530.



Una idea para hacer los ejercicios 25, 26, 32 y 39: cuando diversos acontecimientos se producen simultáneamente pero con **distintas frecuencias**, pueden coincidir en un periodo que sea igual al mínimo común múltiplo de los periodos de cada uno de ellos.

32. En una escenografía que se hace en el patio de la escuela, participan 172 alumnos. Unos tienen que colocarse en 12 filas y 13 columnas y quedarse quietos, y los demás tienen que correr alrededor de ellos. ¿Cuántos alumnos estarán quietos y cuántos deberán correr?



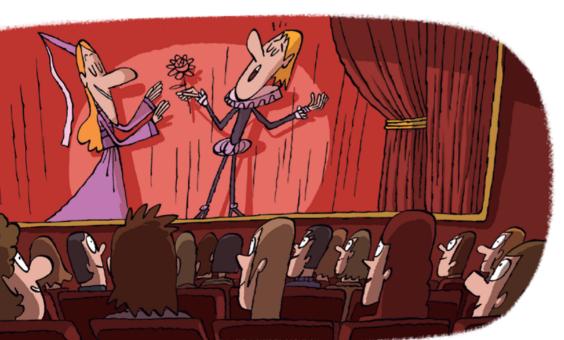
16

- **34.** Di, sin hacer la división manualmente, qué residuo se obtiene al dividir 347 entre 7.
- 35. Di, sin hacer la división manualmente, si al dividir 514 entre 7 el residuo es 0.
- **36.** Di si hay algún número de dos cifras que sea divisible por 3, 5 y 11.
- 37. Encuentra parejas de números primos que estén separados por 1, 2, 3 y 4 números compuestos.
- 38. Sabemos que el máximo común divisor de dos números es 15 y el mínimo común múltiplo es 90. Si uno de los dos números es el 30, ¿cuál es el otro?
- 39. En una estación sale cada hora un tren hacia París, cada 30 min sale un tren para Zúrich, cada 45 min sale un tren hacia Ginebra y cada 50 min, uno hacia Fráncfort. Calcula cada cuántos minutos se produce el momento de máxima actividad en la estación.



Un número es divisible entre 7 si la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 o múltiplo de 7.

 $84 \rightarrow 80 - 2 \cdot 4 = 72$





Queremos guardar embalajes cúbicos iguales, lo más grandes posible, en un contenedor de un almacén. Si el contenedor mide $2 \times 3,5 \times 2,5$ m, ¿cuántos embalajes cabrán?





Lo tengo claro

- 1. Indica cuál de los siguientes conjuntos de múltiplos es incorrecto:
- a) $7 = \{14, 21, 28, 49, \ldots\}$
- b) $3 = \{15, 24, 33, 42, \ldots\}$
- c) $2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...\}$
- d) $9 = \{9, 17, 81, 89, \ldots\}$
- 2. Señala entre cuáles de las parejas siguientes no hay relación de divisibilidad:
- a) 46870 y 2
- c) 800 000 y 8
- b) 9887685 y 5
- d) 17 y 7
- 3. ¿Cuál de las siguientes listas está formada por números primos?
- a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
- b) 1, 2, 3, 5, 7, 12
- c) 3, 5, 7, 9, 11, 13
- d) 2, 3, 5, 7, 13, 23
- 4. Marca la afirmación falsa:
- a) Hay un número que solo es múltiplo de 3 y de 5.
- b) Si al hacer una división el residuo es O, los dos números son primos.
- c) Puede haber un número que solo sea múltiplo de 5 y de 11.
- d) Todos los múltiplos de 4 también son múltiplos de 2.
- 5. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 4 números primos?
- a) El mayor de los números primos.
- b) El producto de los cuatro números primos.
- c) El producto de los números primos por 2.
- d) Ninguna de las anteriores.
- 6. Indica cuál de las siguientes igualdades es falsa:
- a) $90 = 2 \cdot 7 \cdot 15$
- b) $90 = 2 \cdot 8 \cdot 9$
- c) $90 = 2 \cdot 5 \cdot 49$
- d) $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

Lo sé aplicar

- 7. Di qué valores (entre 0 y 9) puede tener la x para que 25x sea divisible entre 7:
- a) 1 y 7
- c) 0 y 2
- b) 2 y 9
- d) 1 y 5
- 8. Un jardinero dispone de 191 semillas que debe plantar en 11 filas y 17 columnas. ¿Cuántas semillas le sobrarán?
- a) 1
- b) 2 c) 3
- d) 4

d) 0

- 9. Al dividir 345 entre 3, ¿qué residuo se obtiene?
- a) 3
- b) 2
- c) 1
- **10.** Al dividir 370 211 entre 2, ¿qué residuo se obtiene?:
- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- **11.** Enrique tiene que reunirse con su ayudante Tomás cada dos días, con su compañera Laura, cada tres días, con la supervisora Clara, cada cuatro días y con su jefe Juan, cada cinco días. ¿Cada cuántos días se tiene que reunir con todos ellos?
- a) 10 días
- c) 30 días
- b) 12 días
- d) 60 días
- 12. En un fragmento de una pieza musical, el trombón debe hacer sonar una nota cada 3 s, el clarinete, cada 5 s, el arpa, cada 6 s y la percusión, cada 7 s. Si la pieza acaba cuando todos tocan esa nota simultáneamente, ¿cuánto
- a) 300 s
- c) 210 s
- b) 180 s
- d) 330 s
- **13.** El m. c. m. de 2, 3 y 6 es:

tiempo deberá transcurrir?

- a) 6
- c) 18
- b) 12
- d) 24

18

Respuestas correctas:

de 13

Sesión 5 He comenzado esta sesión el día de a las . y he terminado a las





División exacta
$$\rightarrow \begin{array}{c} D \cup d \\ \vdots \\ c \end{array} \rightarrow D = d \cdot c$$

$$0 \qquad \qquad d \text{ es divisor de } D$$

Tipo de número	Definición
primos	Solo son divisibles por 1 y por sí mismos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23
compuestos	Tienen más divisores además del 1 y de sí mismos. Se pueden descomponer en factores primos y escribirse como producto de estos: $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$
1	Solo tiene un divisor, el 1.

Criterios de divisibilidad para números primos			
Por 2	Si acaba en un número par o en 0: 2, 4, 6, 8, 10		
Por 3	La suma de las cifras que lo forman da un múltiplo de 3: $66 \rightarrow 6 + 6 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3$.		
Por 5	Acaba en 0 o en 5: 5, 10, 15, 20, 25		
Por 7	La diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 o múltiplo de 7: $168 \rightarrow 16 - 2 \cdot 8 = 16 - 16 = 0$.		
Por 11	Restándole a la suma de las cifras que ocupan una posición impar $(1.^a, 3.^a)$ la suma de las cifras que ocupan una posición par $(2.^a, 4.^a)$, se obtiene 0 o múltiplo de $11:2310 \rightarrow 2+1-(3+0)=3-3=0$.		

¿Cómo se hace?

Procedimiento	Paso a paso	Dónde aplicarlo
Descomponer en números primos un número compuesto	 Determina si el número compuesto es divisible entre 2. Si lo es, divídelo sucesivamente por 2 hasta que deje de serlo o dé 1. Si no es divisible entre 2, comprueba si lo es por 3 y procede de la misma forma. Repite el procedimiento con todos los números primos hasta que la división dé 1. 	4, 5, 10, 11, 18 y 21
Hallar el m. c. d. de diversos números	 Descompón estos números en factores primos. Selecciona los factores comunes elevados a la potencia más pequeña. Multiplica estos factores entre sí. 	12, 22 y 33
Hallar el m.c. m. de diversos números	 Descompón estos números en factores primos. Selecciona los factores no comunes y los comunes elevados a la potencia más alta con que aparezcan. Multiplica todos estos factores entre sí. 	23, 25, 26, 32 y 39